PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (5-x)e^{x-4}$. Determina los puntos de la gráfica de f cuya recta tangente tiene pendiente máxima.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(t) = \dfrac{1}{1+e^t}$

a) Calcula $\displaystyle\int f(t)dt$ (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $x = 1 + e^t$). **(1.5 puntos)**

b) Se define $g(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)dt$. Calcula $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{x}$ **(1 punto)**

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcl} -my + z & = & 1 \\ 5x + 2y + mz & = & 0 \\ my + (m-3)z & = & -3 \end{array}\right.$

a) Discute el sistema en función de m. **(1.25 puntos)**

b) Para $m = 0$, resuelve el sistema. Calcula, si es posible, una solución en la que $y = 5$. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera los puntos $A(1,0,1)$, $B(-1,0,2)$ y $O(0,0,0)$, y la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{l} x = -1-\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 \end{array}\right.$

a) Calcula la distancia del punto A a la recta r. **(1.5 puntos)**

b) Determina el área del triángulo de vértices A, B y O. **(1 punto)**

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1,$$

tiene un punto crítico en $x = 2$ y que la recta normal a su gráfica en el punto de abscisa $x = 1$ es $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Calcula a, b y c.

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int \cos(\ln x)\, dx$ ($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a) Determina los valores de m para los que la ecuación $AX + B = C$ tiene solución única. **(1 punto)**

b) Para $m = 0$, halla X tal que $AX + B = C$. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv 2x - y + z - 3 = 0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = -2 - \lambda \end{cases}$ y el punto $P(1, 1, 2)$.

a) Determina la ecuación general del plano perpendicular a π, paralelo a r y que pasa por el punto P.
(1.25 puntos)

b) Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r. **(1.25 puntos)**